

скоростных режимов обеспечивает снижение расхода энергии на деформацию металла до 40 % по сравнению с прокаткой на непрерывном стане.

С использованием изложенных принципов в УкрГНТЦ «Энерго-сталь» разработаны 5 типов микрозаводов для производства экономичных профилей проката в объеме от 15 до 120 тыс. т в год.

Таким образом, комплексное решение вопросов ресурсосбережения и энергоэффективности путём внедрения энерго- и ресурсосберегающих технологий на всех стадиях технологического процесса позволяет достичь высокой экономической эффективности металлургических микрозаводов.

**Список литературы:** 1. Грищенко С.Г. Металлургические микрозаводы – решение проблемы производства фасонного проката малотоннажными партиями [Текст] / С.Г. Грищенко, Д.В. Сталинский, А.С. Рудюк и др. // Сталь. – 2008. – № 9. – С. 53–56. 2. Комаров А.Н. Способы производства профилей для малолистовых рессор [Текст] / А.Н. Комаров, А.Н. Литвин, В.И. Табака // Труды пятой международной научно-технической конференции «Теоретические проблемы прокатного производства» (г. Днепропетровск, 16–18 мая 2000 г.); Металлургическая и горнорудная промышленность. – 2000. – № 8–9. – С. 228–230. 3. Медведев В.С. Энергосберегающие технологии производства сортовых профилей на литейно-прокатных комплексах металлургических мини-заводов [Текст] / В.С. Медведев // Экология и промышленность. – 2008. – № 3. – С. 64–69. 4. Комплексное автоматизированное проектирование калибровок валков для прокатки сортовых профилей на базе типовых программных модулей [Текст] / В.С. Медведев, С.Б. Стрюков // Труды пятой международной научно-технической конференции «Теоретические проблемы прокатного производства» (г. Днепропетровск, 16–18 мая 2000 г.); Металлургическая и горнорудная промышленность. – 2000. – № 8–9. – С. 198–201. 5. Разработка программы и технико-экономических показателей использования в сортопрокатном производстве непрерывнолитой заготовки с учетом технического уровня металлургического оборудования, существующего и перспективного марочного и размерного сортамента проката: отчет о НИР [Текст] / УкрНИИМет. – Харьков, 1995. – 94 с. – № ГР 01944022123. 6. Вакула Л.А. Энергосбережения при низкотемпературній прокатці та його вплив на якість металу і експлуатацію устаткування [Текст] / Л.А. Вакула, А.С. Рудюк // Экология и промышленность. – 2007. – № 4. – С. 54–59.

**УДК 621.777**

**ТРИШЕВСКИЙ О.И.**, докт.техн. наук, проф., ХНТУСХ им. П.Василенко,  
**ПЛЕСНЕЦОВ С.Ю.**, студент, НТУ «ХПИ»

### **ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФОРМОВКИ СПЕЦИАЛЬНЫХ ПРОФИЛЕЙ С МЕСТАМИ ИЗГИБА НА 180°**

Выполнен анализ напряженно-деформированного состояния металла при изгибе на 180° с использованием метода механики сплошных сред. На основании исследования распределения утонения в местах изгиба полосы при ее формоизменении получены поле скоростей движения частиц металла и компоненты скоростей деформации.

Ключевые слова: изгиб на 180°, механика сплошных сред, напряженно-деформированное состояние

Виконано аналіз напружено-деформованого стану металу при його згинанні на 180° із використанням методу механіки суцільних середовищ. На підґрунті дослідження розподілу тоншення в місцях згину полоси під час її формозмінення отримано поле швидкостей руху частинок металу та компоненти швидкості деформації.

Ключові слова: згин на 180°, механіка суцільних середовищ, напружено-деформований стан

The analysis of tense-deformed state of metal during 180° bending was accomplished using the method of continuous environments mechanics. Basing on previous researches of thinning spreading through the place of bending of a sheet during its forming the field of metal particles velocities and components of deformation speed were obtained.

Keywords: 180° bending, continuous environments mechanics, tense-deformed state

Теоретические исследования процессов обработки металлов давлением позволяют изучать закономерности пластического деформирования металлов, энергосиловые параметры различных технологических процессов, влияние трения и смазки на процессы обработки металлов давлением, а также обеспечивают возможность анализа изменения физико-механических свойств металлов, подвергающихся воздействию силовых и при необходимости температурных факторов.

В настоящей работе для анализа напряженно-деформированного состояния металла при валковой формовке профилей с местами изгиба на 180° и определения параметров, характеризующих процесс, использован *метод механики сплошных сред с описанием очага деформации полем скоростей перемещений*. Разработка и внедрение метода применительно к процессам пластического течения металла связана с работами Г.Я. Гуна [1], А.А. Ильюшина [2], Л.И. Седова [3, 4], Ю.Н. Алексеева [5,6] и др.

В основе метода лежит основной физический закон, определяющий связь между напряжениями и деформациями, выраженный через девиаторы напряжений ( $D_\sigma$ ), скоростей деформаций и коэффициент жесткости  $\mu_i$  [2]:

$$D_\sigma = 2\mu_i D_\varepsilon. \quad (1)$$

Коэффициент жесткости  $\mu_i$ :

$$\mu_i = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i},$$

где  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений, Па;

$\varepsilon_i$  – интенсивность скоростей деформаций,  $\frac{1}{c}$ .

В зависимости от свойств исследуемых сплошных сред коэффициент жесткости может принимать значения в широком диапазоне: от нуля для идеальных жидкостей до бесконечности для абсолютно твердого тела.

Девиаторы напряжений и скоростей деформаций, входящие в формулу (1), можно выразить следующим образом:

$$D_\sigma = T_\sigma - \sigma T_0 \quad (2)$$

$$D_\varepsilon = T_\varepsilon - \varepsilon T_0, \quad (3)$$

где  $T_\sigma$  – тензор напряжений;

$T_\varepsilon$  – тензор скоростей деформаций;

$T_0$  – шаровой тензор;

$\sigma$  – среднее напряжение;

$\varepsilon$  – средняя скорость деформации.

Уравнения (2) и (3) позволяют описать зависимость между тензорами напряжений и скоростей деформаций

$$T_{\sigma} = 2\mu_i T_{\varepsilon} + \left(\sigma - \frac{2}{3}\mu_i \operatorname{div} \vec{V}\right) T_0, \quad (4)$$

где  $\vec{V}$  – объём тела.

Поскольку при пластическом деформировании выполняется закон сохранения объёма  $\operatorname{div} \vec{V} = 0$ , то уравнение (4) можно записать в виде:

$$T_{\sigma} = \sigma T_0 + 2\mu_i T_{\varepsilon} \quad (5)$$

Выражение (5) позволяет определить основные параметры пластического формоизменения металла при известном поле скоростей перемещений.

Поле скоростей перемещений в декартовой системе координат в общем виде может быть описано следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= v(x, y, z, t) \\ v_y &= v(x, y, z, t) \\ v_z &= v(x, y, z, t) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $x, y, z$  – соответствующие координаты;

$t$  – время формоизменения.

Одна из составляющих скоростей определена, поскольку известен закон перемещения рабочего инструмента. Для определения остальных используется условие постоянства объёма

$$\frac{dv_x}{dx} + \frac{dv_y}{dy} + \frac{dv_z}{dz} = 0. \quad (7)$$

С использованием зависимости (5) можно получить уравнения связи между напряжениями и скоростями деформаций в декартовой системе координат:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma + 2\mu_i \varepsilon_{xx}; & \tau_{xy} &= \mu_i \varepsilon_{xy}; \\ \sigma_{yy} &= \sigma + 2\mu_i \varepsilon_{yy}; & \tau_{yz} &= \mu_i \varepsilon_{yz}; \\ \sigma_{zz} &= \sigma + 2\mu_i \varepsilon_{zz}; & \tau_{zx} &= \mu_i \varepsilon_{zx}. \end{aligned} \quad (8)$$

Скорости деформаций, входящие в (8), (при известном поле скоростей перемещений) определяются по следующим зависимостям:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{dv_x}{dx}; & \varepsilon_{xy} &= \frac{dv_x}{dy} + \frac{dv_y}{dx}; \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{dv_y}{dy}; & \varepsilon_{yz} &= \frac{dv_y}{dz} + \frac{dv_z}{dy}; \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{dv_z}{dz}; & \varepsilon_{zx} &= \frac{dv_z}{dx} + \frac{dv_x}{dz}. \end{aligned} \quad (9)$$

При простом нагружении, компоненты деформаций и скоростей деформаций связаны следующими интегральными соотношениями:

$$\begin{aligned} e_{xx} &= \int_0^t \varepsilon_{xx} dt; & e_{yy} &= \int_0^t \varepsilon_{yy} dt; & e_{zz} &= \int_0^t \varepsilon_{zz} dt; \\ e_{xy} &= \int_0^t \varepsilon_{xy} dt; & e_{yz} &= \int_0^t \varepsilon_{yz} dt; & e_{zx} &= \int_0^t \varepsilon_{zx} dt. \end{aligned} \quad (10)$$

Значения интенсивностей напряжений, скоростей деформаций и деформаций

определяются по следующим зависимостям:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (11)$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})^2 + (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx})^2 + \frac{3}{2}(\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2)} \quad (12)$$

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_{xx} - e_{yy})^2 + (e_{yy} - e_{zz})^2 + (e_{zz} - e_{xx})^2 + \frac{3}{2}(e_{xy}^2 + e_{yz}^2 + e_{zx}^2)} \quad (13)$$

Для упрочняющегося в процессе пластической деформации материала интенсивность напряжений  $e_i$  определяется степенной зависимостью [90]:

$$\sigma_i = K e_i^m, \quad (15)$$

где  $K$  и  $m$  – константы, определяемые экспериментально при испытании на растяжение-сжатие для каждого конкретного материала.

Работа пластической деформации определяется по формуле:

$$A = \int_{(t)} \left( \iiint_{(V)} E dV \right) dt, \quad (16)$$

где  $E = \sigma_i \varepsilon_i$  – функция диссипации, описывающая работу, затраченную на деформирование единицы объема в единицу времени.

Для обоснованного выбора параметров рациональной технологии профилирования необходимо исследовать характер напряженно-деформированного состояния металла по схеме цилиндрического изгиба.

В качестве основного материала при изготовлении профилей повышенной производственной готовности с покрытиями применяют сталь Ст3, в качестве покрытия – поливинилхлоридную пленку; лакокрасочное покрытие; цинк, алюминий, медь или их сплавы. Зачастую используются многослойные покрытия. Относительное удлинение материала покрытий значительно (на 15...100%) больше значения относительного удлинения стали, поэтому для оценки возможности радиального растяжения при изгибе необходимо выполнить анализ напряженно-деформированного состояния основного металла.

Скорость частиц металла полосы в месте изгиба зависит от их положения и является функцией координат рассматриваемой точки. Рассматривать процесс будем в цилиндрических координатах.

Перемещение металла в местах изгиба вдоль полосы (ось  $z$ ) отсутствует, поэтому осевая составляющая скорости

$$v_z = 0 \quad (17)$$

Остальные две составляющие — радиальная  $v_r$  и тангенциальная  $v_\varphi$  — будут зависеть от всех трех координат.

Экспериментальные исследования утонения в местах изгиба показали, что по мере прохождения полосы через валки профилегибочного стана, т.е. с уменьшением внутреннего радиуса места изгиба, утонение увеличивается. При этом по ширине места изгиба оно развивается неравномерно и является функцией угла  $\varphi$  в месте изгиба.

Так как скорости частиц металла тождественно равны перемещениям в единицу времени, изложенное выше позволяет записать радиальную составляющую скорости в общем виде следующим образом:

$$v_r = \left( Ar + \frac{B}{r} \right) J(\varphi) \frac{z}{l} \quad (18)$$

где  $r$  - текущий радиус точки в месте изгиба;

$A$  и  $B$  - постоянные коэффициенты;

$J(\varphi)$  - функция угла, учитывающая зависимость радиальной составляющей скорости этого угла;

$z$  - аппликата поперечного сечения полосы;

$l$  - длина участка полосы, на котором происходит утонение (сумма длин очагов деформации перед осевой плоскостью валков по всем проходам).

Длина участка полосы  $l$ , на котором происходит утонение, принимается как сумма длин очагов деформаций перед осевой плоскостью валков по всем проходам в качестве допущения, предполагающего, что утонение развивается только на участках очагов деформации перед осевой плоскостью валков. За осевой плоскостью валков угол подгибки полки на участке очага деформации изменяется незначительно по сравнению с изменением его перед осевой плоскостью валков. При этом будем считать, что утонение распределяется равномерно по всей длине  $l$  (рис. 1):

$$\Delta s = \Delta s_{\max}, \quad (19)$$

где  $\Delta s_{\max}$  - максимальное значение утонения на готовом профиле.

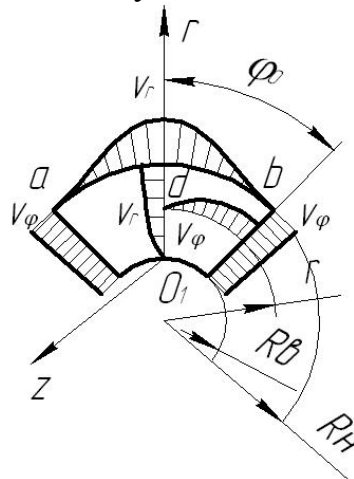


Рис. 1. Эпюры поля скоростей перемещения при изгибе

Для нахождения коэффициентов  $A$  и  $B$  уравнения (18) рассмотрим перемещение точек металла, лежащих на биссектрисе угла изгиба (при  $\varphi = 0$ ) поперечного сечения полосы в последней клетки, т.е. сечения  $z = l$ .

В этом сечении частицы металла по биссектрисе угла изгиба перемещаются только вдоль радиуса, что позволяет принять в уравнении радиальной составляющей скорости для этих точек  $J(\varphi)=1$ , после чего уравнение (18) можно записать в следующем виде:

$$v_r = Ar + \frac{B}{r} \quad (20)$$

Коэффициенты  $A$  и  $B$  уравнения (20) можно определить из граничных условий формоизменения полосы в валках профилегибочного стана:

$$v_r = 0 \text{ при } r = R_b; \quad (21)$$

$$v_r = -v_0 \text{ при } r = R_n.$$

Подставив уравнение (21) в (20), получим систему двух уравнений с двумя неизвестными  $A$  и  $B$ :

$$\begin{cases} AR_B + \frac{B}{R_B} = 0 \\ AR_H + \frac{B}{R_H} = 0 \end{cases} \quad (22)$$

Решая систему уравнений (22), находим значения коэффициентов  $A$  и  $B$ :

$$\begin{cases} A = -\frac{v_0 \cdot R_B^2}{R_H - \frac{R_B^2}{R_H}} \\ B = -\frac{v_0 \cdot R_B^2}{R_H - \frac{R_B^2}{R_H}} \end{cases} \quad (23)$$

Подставив полученные значения коэффициентов (23) в уравнение (18), после преобразований получим следующее выражение для радиальной составляющей скорости:

$$v_r = -\frac{v_0}{R_H - \frac{R_B^2}{R_H}} \left( r - \frac{R_B^2}{r} \right) J(\varphi) \frac{z}{l} \quad (24)$$

В выражении (24) неизвестна функция  $J(\varphi)$ . На основании экспериментальных исследований установлено [7], что изменение утонения по ширине места изгиба описывается функцией следующего вида:

$$J(\varphi) = \cos^4 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \quad (25)$$

Подставив в уравнение (24) выражение (25), определяющее функцию  $J(\varphi)$ , получим окончательное выражение для радиальной составляющей скорости:

$$v_r = -\frac{v_0}{R_H - \frac{R_B^2}{R_H}} \left( r - \frac{R_B^2}{r} \right) \frac{z}{l} \cos^4 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \quad (26)$$

Для определения тангенциальной составляющей скорости воспользуемся уравнением неразрывности (7) в цилиндрической системе координат, которое в нашем случае ( $v_r = 0$ ) имеет вид:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_r}{r} = 0 \quad (27)$$

Из уравнения (27) и выражения для радиальной составляющей (26) после очевидных преобразований и интегрирования получим следующее значение тангенциальной составляющей скорости:

$$v_\varphi = \frac{1}{\pi} v_0 \varphi_0 \frac{r}{R_H - \frac{R_B^2}{R_H}} \cdot \left( \frac{3}{4} \frac{\pi\varphi}{\varphi_0} + \frac{1}{8} \sin \frac{\pi\varphi}{\varphi_0} \right) \frac{z}{l} + C \quad (28)$$

Определив постоянную интегрирования  $C$  из граничного условия

$$v_\varphi = 0 \text{ при } \varphi = 0,$$

получаем окончательные формулы для определения составляющих скоростей движения частиц металла в месте изгиба полосы за счет уменьшения толщины:

$$\begin{cases} v_\varphi = \frac{1}{\pi} v_0 \varphi_0 \frac{r}{R_H - \frac{R_B^2}{R_H}} \cdot \left( \frac{3}{4} \frac{\pi\varphi}{\varphi_0} + \sin \frac{\pi\varphi}{\varphi_0} + \frac{1}{32} \sin \frac{\pi\varphi}{\varphi_0} \right) \frac{z}{l} \\ v_z = 0 \end{cases} \quad (29)$$

Представленные на рис. 1 диаграммы составляющих скоростей  $v_r$  и  $v_\varphi$  в месте изгиба полосы показывают, что наибольшее значение скорости имеют в точках  $a$ ,  $b$  и  $d$ , скорость точки  $O_1$  равна нулю, остальные точки имеют промежуточное значение скорости. Из рис. 1 видно также, что с уменьшением угла подгибки (увеличением радиуса в месте изгиба) скорости движения частиц металла уменьшаются, стремясь к нулю, что качественно подтверждается экспериментами по исследованию деформаций по толщине и ширине мест изгиба гнутых профилей [7].

После определения скорости перемещения частиц металла в месте изгиба, возможно определение компонентов скорости деформаций. Для этого воспользуемся дифференциальными соотношениями между скоростями деформаций и составляющими скорости перемещения частиц, которые в цилиндрической системе координат имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_r}{r}; & \varepsilon_{\varphi z} = \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \varphi} \\ \varepsilon_{zz} = \frac{\partial v_z}{\partial z}; & \varepsilon_{zr} = \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \end{cases} \quad (30)$$

Подставив поле скоростей (29) в (30), после некоторых преобразований получим следующие выражения для компонентов скоростей деформаций:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= -\frac{v_0}{R_H - \frac{R_B^2}{R_H}} \left( r - \frac{R_B^2}{r^2} \right) \frac{z}{l} \cos^4 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \\ \varepsilon_{\varphi\varphi} &= -\frac{v_0}{R_H - \frac{R_B^2}{R_H}} \left( 1 + \frac{R_B^2}{r^2} \right) \frac{z}{l} \cos^4 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \\ \varepsilon_{\varphi\varphi} &= \frac{2\pi}{\varphi_0} \frac{v_0}{R_H - \frac{R_B^2}{R_H}} \left( 1 + \frac{R_B^2}{r^2} \right) \frac{z}{l} \cos^4 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \\ \varepsilon_{\varphi z} &= \frac{1}{\pi} \frac{v_0}{R_H - \frac{R_B^2}{R_H}} \frac{r\varphi_0}{l} \left( \frac{3}{4} \frac{\pi\varphi}{\varphi_0} + \sin \frac{\pi\varphi}{\varphi_0} + \frac{1}{8} \sin \frac{2\pi\varphi}{\varphi_0} \right) \\ \varepsilon_{zr} &= -\frac{v_0}{R_H - \frac{R_B^2}{R_H}} \left( 1 - \frac{R_B^2}{r^2} \right) \frac{\cos^4 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0}}{l} \\ \varepsilon_{zz} &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

Из выражений (31) видно, что скорости деформаций в радиальном и тангенциальном направлении по абсолютной величине равны и отличаются только знаком. Это естественно, так как при отсутствии движения частиц вдоль полосы деформация сжатия в радиальном направлении вызывает такую же по величине деформацию, но обратного знака в тангенциальном направлении.

Графики  $\varepsilon_{rr}$  в зависимости от геометрических размеров образцов приведены на рис. 2-10.

Зная компоненты скоростей деформаций, можно определить скорость деформации на площадке, равнонаклоненной к главным осям, т.е. интенсивность скоростей деформаций, по следующей формуле:

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{rr} - \varepsilon_{\varphi\varphi})^2 + (\varepsilon_{\varphi\varphi} - \varepsilon_{zz})^2 + (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{rr})^2 + \frac{3}{2}(\varepsilon_{r\varphi}^2 + \varepsilon_{\varphi z}^2 + \varepsilon_{zr}^2)} \quad (32)$$



Подставляя (31) в (32), после преобразований получим:

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{v_0}{R_H - \frac{R_B^2}{R_H}} \frac{\cos^3 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0}}{l} \left[ \left( 1 + \frac{R_B^2}{r^2} \right)^2 z^2 \cos^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} + \frac{\pi^2}{\varphi_0^2} \left( 1 - \frac{R_B^2}{r^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\times \left[ z^2 \sin^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} + \frac{\varphi_0^2 r^2}{4\pi^2 \cos^6 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0}} \left( \frac{3}{4} \pi \frac{\varphi}{\varphi_0} + \sin \frac{\pi\varphi}{\varphi_0} + \frac{1}{8} \sin \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( r - \frac{R_B^2}{r} \right)^2 \cos^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (33)$$

Из выражения (33) видно, что интенсивность скоростей деформаций зависит от всех трех координат и переменна по всему объему места изгиба.

На внутреннем и наружном контуре места изгиба максимальное значение , находится на биссектрисе угла изгиба и по мере удаления от нее уменьшается, принимая минимальное значение при  $\varphi = \varphi_0$ .

В сечении  $\varphi = 0$  интенсивность скоростей деформаций возрастает при изменении радиуса-вектора  $r$  от  $R_H$  до  $R_B$ .

Это говорит о том, что нормальные напряжения в этом сечении в растянутой зоне меньше, чем в сжатой. Такое распределение напряжений обусловлено различием напряженно-деформированного состояния в растянутой и сжатой зоне места изгиба под непосредственным воздействием рабочего инструмента, что подтверждается экспериментальными данными исследования относительных деформаций по наружному и внутреннему контурам в местах изгиба гнутых профилей [7].

Чтобы проанализировать напряженное состояние в процессе уменьшения толщины полосы в месте изгиба, необходимо вычислить коэффициент жесткости, который определяется по формуле:

$$\mu_i = \frac{1}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \quad (34)$$

где  $\sigma_i$  - интенсивность напряжений.

Подставив в формулу (34) выражение (33) для интенсивности скоростей деформаций, получим:

$$\mu_i = \frac{\sigma_i}{2\sqrt{3}} \frac{(R_H - \frac{R_B^2}{R_H})}{v_0 \cos^3 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0}} \left[ \left( 1 + \frac{R_B^2}{r^2} \right)^2 z^2 \cos^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} + \frac{\pi^2}{\varphi_0^2} \left( 1 - \frac{R_B^2}{r^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\times \left[ z^2 \sin^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} + \frac{\varphi_0^2 r^2}{4\pi^2 \cos^6 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0}} \left( \frac{3}{4} \pi \frac{\varphi}{\varphi_0} + \sin \frac{\pi\varphi}{\varphi_0} + \frac{1}{8} \sin \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( r - \frac{R_B^2}{r} \right)^2 \cos^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (35)$$

Определив коэффициент жесткости (35) и используя зависимости между напряжениями и скоростями деформаций для процесса пластического формоизменения при условии постоянства объема, можно определить касательные напряжения, возникающие за счет уменьшения толщины в местах изгиба профиля, по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{r\varphi} &= \mu_i \tau_{r\varphi} \\ \tau_{\varphi z} &= \mu_i \tau_{\varphi z} \\ \tau_{rz} &= \mu_i \tau_{rz} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Используя выражения (35) и (36), найдем:



$$\begin{aligned}
v_{\varphi} = & \frac{\pi}{\sqrt{3}\varphi_0} v_i z \left(1 - \frac{R_B^2}{r^2}\right)^2 \sin \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \times \\
& \times \left[ \left(1 + \frac{R_B^2}{r^2}\right)^2 z^2 \cos^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} + \frac{\pi^2}{\varphi_0^2} \left(1 - \frac{R_B^2}{r^2}\right)^2 \times \right. \\
& \times \left. z^2 \sin^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} + \frac{\varphi_0^2 r^2}{4\pi^2 \cos^6 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0}} \left( \frac{3}{4} \pi \frac{\varphi}{\varphi_0} + \sin \frac{\pi\varphi}{\varphi_0} + \frac{1}{8} \sin \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( r - \frac{R_B^2}{r} \right)^2 \cos^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \right]^{\frac{1}{2}} \\
v_{\varphi z} = & \frac{2}{\pi\sqrt{3}} \frac{\sigma_i \varphi_0 r}{\cos^3 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0}} \times \\
& \times \left[ \left(1 + \frac{R_B^2}{r^2}\right)^2 z^2 \cos^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} + \frac{\pi^2}{\varphi_0^2} \left(1 - \frac{R_B^2}{r^2}\right)^2 \times \right. \\
& \times \left. z^2 \sin^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} + \frac{\varphi_0^2 r^2}{4\pi^2 \cos^6 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0}} \left( \frac{3}{4} \pi \frac{\varphi}{\varphi_0} + \sin \frac{\pi\varphi}{\varphi_0} + \frac{1}{8} \sin \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( r - \frac{R_B^2}{r} \right)^2 \cos^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \right]^{\frac{1}{2}} \\
v_z = & \frac{\sigma_i}{2\sqrt{3}} v_i z \left(1 - \frac{R_B^2}{r^2}\right)^2 \cos \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \times \\
& \times \left[ \left(1 + \frac{R_B^2}{r^2}\right)^2 z^2 \cos^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} + \frac{\pi^2}{\varphi_0^2} \left(1 - \frac{R_B^2}{r^2}\right)^2 \times \right. \\
& \times \left. z^2 \sin^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} + \frac{\varphi_0^2 r^2}{4\pi^2 \cos^6 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0}} \left( \frac{3}{4} \pi \frac{\varphi}{\varphi_0} + \sin \frac{\pi\varphi}{\varphi_0} + \frac{1}{8} \sin \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( r - \frac{R_B^2}{r} \right)^2 \cos^2 \frac{\pi\varphi}{2\varphi_0} \right]^{\frac{1}{2}}
\end{aligned} \tag{37}$$

Для определения значений касательных напряжений по формулам (37) необходимо знать выражения для интенсивности напряжений  $\sigma_i$ ; для упрочняющегося материала  $\sigma_i$  выражается степенной зависимостью следующего вида:

$$\sigma_i = K e_i^m \tag{38}$$

где  $K$  и  $m$  - константы для данного материала, характеризующие физико-механические свойства и определяемые экспериментально при испытаниях на растяжение - сжатие;

$e_i$  - интенсивность деформаций, определяемая по зависимости:

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_{rr} - e_{\varphi\varphi})^2 + (e_{\varphi\varphi} - e_{zz})^2 + (e_{zz} - e_{rr})^2 + \frac{3}{2}(e_{r\varphi}^2 + e_{\varphi z}^2 + e_{rz}^2)} \tag{39}$$

где  $e_{rr}, e_{\varphi\varphi}, e_{zz}, e_{r\varphi}, e_{\varphi z}, e_{rz}$  - компоненты деформаций.

Для идеально-пластичного материала

$$\sigma_i = \sigma_s \tag{40}$$

Таким образом получено поле скоростей движения частиц металла (29) и компоненты скоростей деформаций (31), зная которые можно установить степень влияния утонения на величину нормальных и касательных напряжений и на величину деформаций в местах изгиба.

Используемый метод анализа позволяет принимать скорости движения частиц тождественно равными перемещениям, происходящим в единицу времени; знание поля скоростей перемещений позволяет определить величину приращения заготовки в процессе формоизменения ее в валках профилегибочного стана.

Из поля скоростей перемещений частиц металла в месте изгиба (29) следует, что радиальная деформация вызывает течение металла на такую же величину в тангенциальном направлении. Площадь, заключенная между наружной поверхностью

места изгиба в деформированном и недеформированном состояниях, будет определять приращение ширины исходной заготовки при ее формоизменении.

Эту площадь можно определить следующим образом:

$$F = \int_{\varphi_0}^0 v_r R_H d\varphi \quad (41)$$

где  $v_r$  - радиальная составляющая скорости;

$R_H d\varphi$  - длина элемента дуги на наружной поверхности места изгиба.

Подставив выражение радиальной составляющей скорости из (29) при  $r = R_H$  в (41) и проинтегрировав, получим:

$$F = \frac{3}{4} v_0 R_H \varphi_0 \frac{z}{l} \quad (42)$$

Для готового профиля (т.е. при  $\frac{z}{l} = 1$ ) имеем:

$$F = \frac{3}{4} v_0 R_H \varphi_0 \quad (43)$$

Величина приращения ширины заготовки определяется выражением:

$$\Delta b = \frac{F}{s_0} \quad (44)$$

где  $s_0$  - толщина полосы, мм.

С учетом (43) выражение (44) примет вид:

$$\Delta b = \frac{3}{4} v_0 \frac{R_H \varphi_0}{s_0} \quad (45)$$

где  $R_H$  - наружный радиус в месте изгиба, мм;

$\varphi_0 = \frac{\alpha}{2}$  - половина угла подгибки элемента профиля, принятого по калибровке, рад;

$v_0 = \frac{\Delta s_{\max}}{s_0}$  - величина максимального утонения в месте изгиба, мм;

$s_0$  - толщина полосы, мм.

Подставив в выражение (45) значение  $\varphi_0$  и  $v_0$ , получим формулу для определения величины приращения ширины заготовки:

$$\Delta b = \frac{3}{8} \frac{\Delta s_{\max}}{s_0} R_H \alpha \quad (46)$$

Таким образом, на основании исследования процесса утонения в местах изгиба получена формула для определения величины приращения ширины заготовки.

Численная реализация полученных математических моделей производилась на ПК с использованием прикладных программных продуктов «Microsoft Excel 2007» и «Mathcad 13».

Результаты численной реализации представлены на рис. 2 – 10.

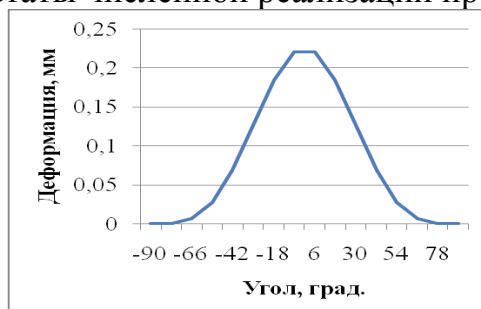


Рис. 2. Результаты расчета для  $s=1$  и  $h=s$

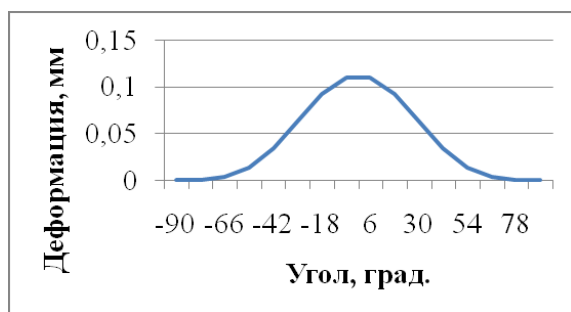


Рис. 4. Результаты расчета для  $s=1$  и

$h=3s$

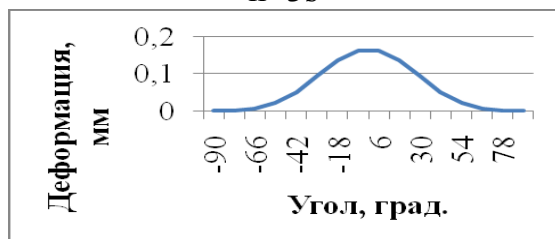


Рис. 6. Результаты расчета для  $s=1,5$  и

$h=2s$

Рис. 3. Результаты расчета для  $s=1$  и  $h=2s$

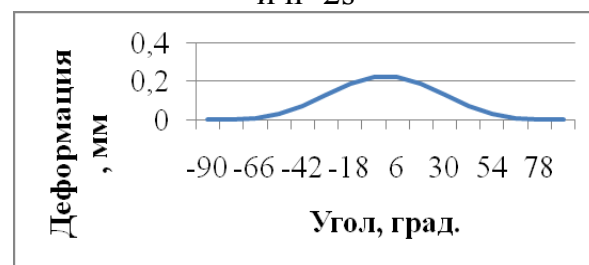


Рис. 5. Результаты расчета для

$s=1,5$  и  $h=s$

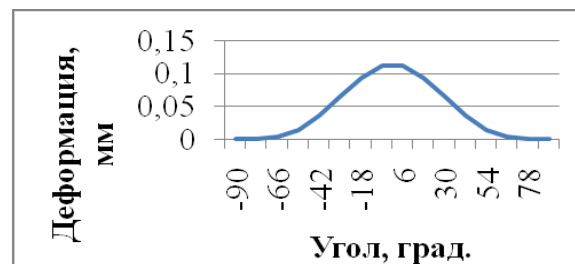


Рис. 7. Результаты расчета для

$s=1,5$  и  $h=3s$

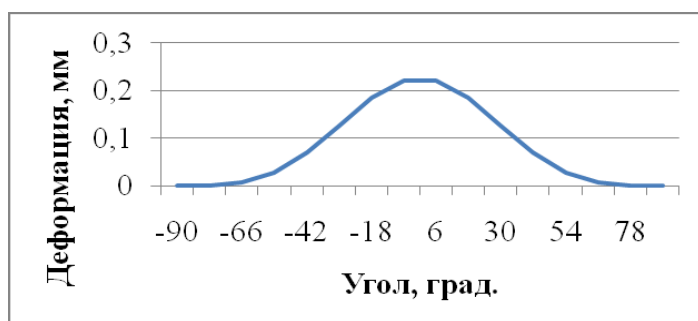


Рис. 8. Результаты расчета для  $s=2,4$  и

$h=s$

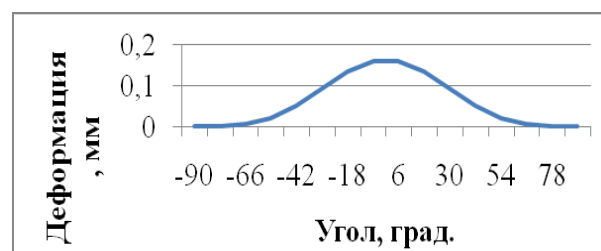


Рис. 9. Результаты расчета для

$s=2,4$  и  $h=2s$

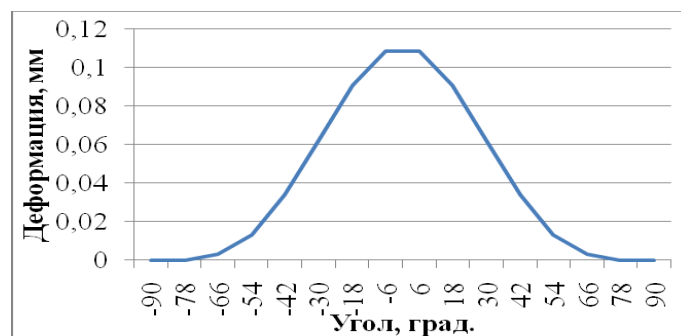


Рис. 10. Результаты расчета для  $s=2,4$  и  $h=3s$

## Выводы

1. В работе для анализа напряженно-деформированного состояния металла при валковой формовке профилей с местами изгиба на  $180^\circ$  и определения параметров,

характеризующих процесс, использован метод механики сплошных сред с описанием очага деформации полем скоростей перемещений. Метод, предполагает использование уравнений механики сплошных сред в их наиболее общей форме, то есть в виде уравнений движения вязкой жидкости, а также специальных характеристик, позволяющих учитывать отличия в деформировании твердых металлов от течения вязких жидкостей.

2. В качестве основного материала при изготовлении специальных профилей с местами изгиба на  $180^0$  применяют сталь Ст.3, сталь 08кп с защитно-декоративными покрытиями (поливинилхлоридная пленка; лакокрасочное покрытие; цинк, алюминий или их сплавы). Относительное удлинение материалов покрытий на (15...100)% больше значений относительного удлинения стали, поэтому для оценки возможности радиального растяжения при изгибе выполнен анализ напряженно-деформированного состояния основного металла.

3. На основании исследования распределения утонения в местах изгиба полосы при ее формоизменении получены поле скоростей движения частиц металла (29) и компоненты скоростей деформации (31) для установления степени влияния утонения на величину нормальных и касательных напряжений и деформаций в местах изгиба.

**Список литературы:** 1. Гун Г.Я. Математическое моделирование процессов обработки металлов давлением. Учебное пособие для вузов. – М.: Металлургия, 1983. – 285 с. 2. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. 3-е изд. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 285 с. 3. Седов Л.И. Механика сплошной среды: В 2 т. т. 1 – 4-е изд. – М.: Наука, 1983. – 540 с. 4. Седов Л.И. Механика сплошной среды: В 2 т. т.2 – 4-е изд. – М.: Наука, 1983. – 585 с. 5. Алексеев Ю.Н. Вопросы пластического течения металлов.– Харьков: изд-во ХГУ, 1958. – 188 с. 6. Алексеев Ю.Н. Введение в теорию обработки металлов давлением, прокаткой и резанием.– Харьков: изд-во ХГУ, 1969. – 107 с. 7. Тришевский О.И. Исследование деформированного состояния металла на участке его изгиба на  $180^0$  // Тришевский О.И., Плеснецов С.Ю. / Международная научно-техническая конференция «Университетская наука 2009»: сб. тезисов докладов в 2-х томах. - Мариуполь: ПГТУ, 2009 т- 433 С.

УДК 539.374.001.8.621.7 – 111

**ЧИГИРИНСКИЙ В.В.**, докт. техн. наук, проф., ЗНТУ, г. Запорожье  
**АНДРЮЩЕНКО С.А.**, инженер, г. Запорожье  
**КОРНИЕНКО В.В.**, инженер, г. Запорожье.

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ ЗАГОТОВКИ В УСЛОВИЯХ РЕАЛЬНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ**

Разработана математическая модель процесса пластического формоизменения с использованием замкнутого решения теории пластичности. Показанное влияние химического состава, деформационных, скоростных параметров процесса и температуры на напряженное состояние в процессе деформирования металла.

Ключевые слова: математическая модель, теория пластичности, напряженное состояние.